BREVET BLANC n°1 - Janvier 2010

Épreuve de Mathématiques : CORRECTION

ACTIVITE NUMERIQUE :

Exercice 1 :

$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{3}{2}$

$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$

$A = \frac{1}{3} + \frac{5 \times 2}{3 \times 2 \times 3}$

$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{9}$

$A = \frac{3}{9} + \frac{5}{9}$

$A = \frac{8}{9}$

$B = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^{5}}{2 \times 10^{7}}$

$B = \frac{5 \times 7}{2} \times \frac{10^{-2} \times 10^{5}}{10^{7}}$

$B = 17{,}5 \times \frac{10^{3}}{10^{7}}$

$B = 17{,}5 \times 10^{-4}$

$B = 1{,}75 \times 10 \times 10^{-4}$

$B = 1{,}75 \times 10^{-3}$

Exercice 2 :

1°) $C = (2x - 3)^2 + (2x + 3)(3x - 2)$
$C = 4x^2 - 12x + 9 + 6x^2 - 4x + 9x - 6$
$C = 10x^2 - 7x + 3$

$D = 2x(5x + 15) - (7 + 8x)(3 + x)$
$D = 10x^2 + 30x - [21 + 7x + 24x + 8x^2]$
$D = 10x^2 + 30x - 21 - 7x - 24x - 8x^2$
$D = 2x^2 - x - 21$

Pour $x = -4$

$C = 10 \times (-4)^2 - 7 \times (-4) + 3$
$C = 10 \times 16 + 28 + 3$
$C = 160 + 31$
$C = 191$

3°) Pour $x = \frac{3}{2}$

$D = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} - 21$

$D = 2 \times \frac{9}{4} - \frac{3}{2} - 21$

$D = \frac{9}{2} - \frac{3}{2} - \frac{42}{2}$

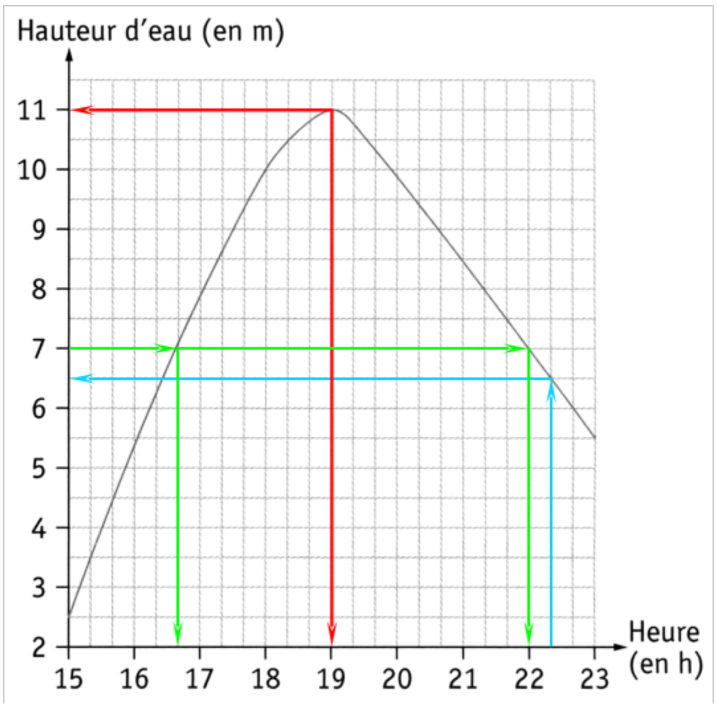
$D = -\frac{36}{2} = -18$

Exercice 3 :

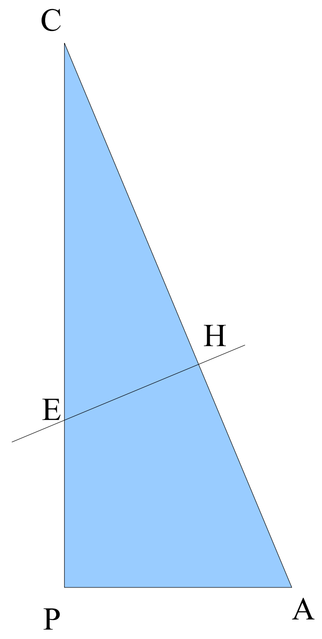
1°) Graphiquement, à 22h20 la hauteur d'eau est de 6,5 m.

2°) Graphiquement, la hauteur maximum de l'eau est de 11 m et cette pleine mer a lieu à 19h00.

3°) Graphiquement, le niveau de la mer est resté supérieur à 7 m entre 16h40 et 22h00.



ACTIVITE GEOMETRIQUE :



Exercice 4 :

1°) Construire le triangle CAP en vraie grandeur sur la feuille ***Annexe 1***.

2°) CAP est un triangle rectangle en P, donc d'après la propriété de Pythagore :

$AC^2 = AP^2 + PC^2$
$7{,}8^2 = 3^2 + PC^2$
$60{,}84 = 9 + PC^2$
$PC^2 = 60{,}84 - 9$
$PC^2 = 51{,}84$
$PC = \sqrt{51{,}84}$
PC = 7,2 cm.

3°) Dans le triangle CAP rectangle en P :

$\cos(\widehat{PCA}) = \dfrac{CP}{CA}$

$\cos(\widehat{PCA}) = \dfrac{7{,}2}{7{,}8}$

A la calculatrice : $\widehat{PCA} \approx 22{,}6°$
soit : $\widehat{PCA} = 23°$ au degré le plus proche.

4°) E ∈ [PC] donc : EC = PC – PE
EC = 7,2 – 2,2 = 5 cm

5°) Dans le triangle CHE rectangle en H : $\cos(\widehat{PCA}) = \dfrac{CH}{CE}$ soit : $\cos(23) = \dfrac{CH}{5}$

Donc : $CH = 5 \times \cos(23)$
$CH \approx 4{,}60$ cm
soit : CH = 4,6 cm au millimètre le plus proche

Exercice 5 :

1°) Dans le triangle OEB : A ∈ (OB) et C ∈ (OE)

Les points A, O et B d'une part et les points C, O et E d'autre part ont des positions homologues.

On a : $\dfrac{OC}{OE} = \dfrac{50}{60} = \dfrac{5}{6}$ et aussi : $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{60}{72} = \dfrac{5(\times 12)}{6(\times 12)} = \dfrac{5}{6}$

Par le calcul, on vient d'établir que : $\dfrac{OC}{OE} = \dfrac{OA}{OB}$

Donc, d'après la propriété réciproque de Thalès : (CA) // (EB)

2°) Dans le triangle OEB : A ∈ (OB) et C ∈ (OE)

On sait que (AC) // (EB), donc d'après la propriété de Thalès : $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{OC}{OE} = \dfrac{AC}{BE}$

soit : $\dfrac{60}{72} = \dfrac{50}{60} = \dfrac{100}{BE}$

<u>Calcul de BE :</u>

Si $\dfrac{50}{60} = \dfrac{100}{BE}$, alors : $BE \times 50 = 100 \times 60$

$BE = \dfrac{100 \times 60}{50} = 120$ cm

PROBLEME :

Partie 1

1°) Dans le triangle ABC :
Le plus grand côté est [AB]

$AB^2 = 306{,}25$ $\quad AC^2 + BC^2 = 10{,}5^2 + 14^2 = 110{,}25 + 196 = 306{,}25$

On a : $AB^2 = AC^2 + BC^2$
Donc d'après la réciproque du théorème Pythagore,

ABC est un triangle rectangle en C.

2°) Par construction :(PR) // (SC) et (PC) // (RS)
donc, par définition : PRSC est un parallélogramme
Et comme ABC est rectangle en C : (PC) ⊥ (SC)

On sait que : PRSC est un parallélogramme
(PC) ⊥ (SC)

Or : *Si un parallélogramme possède un angle droit, Alors c'est un rectangle.*

Donc : PRSC est un rectangle.

3°)a) Dans le triangle ABC :

On sait que : (PR) // (AC)
P ∈ [BC] et R ∈ [AB]

donc : d'après la propriété de Thalès,

on a : $\dfrac{BP}{BC} = \dfrac{BR}{BA} = \dfrac{PR}{CA}$

$\dfrac{5}{14} = \dfrac{BR}{17{,}5} = \dfrac{PR}{10{,}5}$

<u>Calcul de PR :</u>

$\dfrac{5}{14} = \dfrac{PR}{10{,}5}$ alors : $PR \times 14 = 5 \times 10{,}5$

$PR = \dfrac{52{,}5}{14} = 3{,}75$ cm

b) P ∈ [BC] donc : PC = BC – BP
PC = 14 – 5
PC = 9 cm.

A(PRSC) = PR × PC
= 3,75 × 9
= 33,75 cm.

4°) a) Dans le triangle ABC :
On sait que : (PR) // (AC)
P ∈ [BC] et R ∈ [AB]

donc : d'après la propriété de Thalès,

on a : $\dfrac{BP}{BC} = \dfrac{BR}{BA} = \dfrac{PR}{CA}$

$\dfrac{x}{14} = \dfrac{BR}{17{,}5} = \dfrac{PR}{10{,}5}$

<u>Calcul de PR :</u>

$\dfrac{x}{14} = \dfrac{PR}{10{,}5}$ alors : $PR \times 14 = 10{,}5 \times x$

$PR = \dfrac{10{,}5}{14}\, x = 0{,}75\, x$ cm

b) P ∈ [BC] donc : PC = BC – BP
$PC = 14 - x$

A(PRSC) = PR × PC
$= 0{,}75\,x \times (14 - x)$
$= 10{,}5\,x - 0{,}75\,x^2$
$= -0{,}75\,x^2 + 10{,}5\,x$

Partie 2

1°) $f(5) = 31{,}25$ et $f(10) = -0{,}75 \times 10^2 + 10{,}5 \times 10$
$f(10) = -75 + 105$
$f(10) = 30$

2°) a) Graphiquement, l'image de 9 par la fonction f est d'environ 33

La valeur exacte est : $f(9) = -0{,}75 \times 9^2 + 10{,}5 \times 9$
$f(9) = -60{,}75 + 94{,}5$
$f(9) = 33{,}75$

b) Graphiquement, un antécédent de 20 par f est ≈ 2,25 ou ≈ 11,75

c) Graphiquement, l'aire vaut 18 cm² pour x ≈ 1,9 cm ou x ≈ 11,9 cm

d) Graphiquement , l'aire maximale sera atteinte pour $x = 7$ et sera alors de 36 cm².