

BREVET BLANC n°1 - Janvier 2010

Épreuve de Mathématiques : CORRECTION

ACTIVITE NUMERIQUE :

Exercice 1:

$$A = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \div \frac{12}{7}$$

$$A = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{12}$$

$$A = \frac{1}{5} - \frac{3 \times 7}{5 \times 4 \times 3}$$

$$A = \frac{1}{5} - \frac{7}{20}$$

$$A = \frac{4}{20} - \frac{7}{20}$$

$$A = \frac{-3}{20}$$

$$B = \frac{4 \times 10^{-4} \times 25 \times 10^6}{2 \times (10^{-2})^5}$$

$$B = \frac{4 \times 25}{2} \times \frac{(10^{-4} \times 10^6)}{(10^{-2})^5}$$

$$B = 50 \times \frac{10^{-4+6}}{10^{-2 \times 5}}$$

$$B = 50 \times \frac{10^2}{10^{-10}}$$

$$B = 50 \times 10^{2-(-10)}$$

$$B = 50 \times 10^{12}$$

Écriture scientifique :

$$B = 50 \times 10^{12}$$

$$B = 5 \times 10 \times 10^{12}$$

$$B = 5 \times 10^{13}$$

Exercice 2 :

ENONCES	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{6}{5}x - \frac{1}{2}x =$	0,7x	$\frac{5}{3}x$	$\frac{7x}{10}$	$\frac{7}{10x}$
Pour $x = -5$, $-x^2 + 3x - 4 =$	-14	-44	14	44
$5x(x-7) - (-2+x^2) =$	$5x^2 - 35x - 2 + x^2$	$5x^2 - 35x + 2 - x^2$	$5x^2 + 35x - 2 - x^2$	$4x^2 - 35x + 2$
$(3x-5)(4-x) =$	$-3x^2 + 17x - 20$	$3x^2 + 17x + 20$	$-3x^2 - 17x - 20$	$-3x^2 + 12x + 5x - 20$

Exercice 3 :

1°)	Nbr. d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7
	Effectifs	6	9	6	4	3	1	0	1
	Effectifs Cumulés	6	15	21	25	28	29	29	30

2°) Nombre moyen d'enfants par famille :

$$m = \frac{6 \times 0 + 9 \times 1 + 6 \times 2 + 4 \times 3 + 3 \times 4 + 1 \times 5 + 0 \times 6 + 1 \times 7}{30} \quad \text{soit} \quad m = \frac{57}{30} \quad \text{donc} \quad m = 1,9 \quad \text{enfants}$$

3°) Effectif total : 30 et $30 \div 2 = 15$ donc la série se partage en 2 paquets d'effectif 15.

La médiane est se situe donc entre la 15^{ème} et la 16^{ème} des valeurs rangées dans l'ordre croissant.
C'est à dire entre 1 et 2 enfants. Par conséquent la médiane est de 1,5 .

4°) Effectif total : 30

$$30 \times \frac{1}{4} = 7,75 \quad \text{donc le 1^{er} quartile est la 8^{ème} valeur de la série rangée par ordre croissant : } Q_1 = 1$$

$$30 \times \frac{3}{4} = 22,5 \quad \text{donc le 3^{ème} quartile est la 23^{ème} valeur de la série rangée par ordre croissant : } Q_3 = 3$$

5°) La moyenne étant de 1,9 et la médiane de 1,5 il y a donc potentiellement plus de familles qui ont un nombre d'enfants inférieur à la moyenne qu'un nombre d'enfants supérieur à la moyenne.

$Q_1 = 1$, donc au moins un quart des familles ont 0 ou 1 enfant.

$Q_3 = 3$, donc au moins trois quart des familles ont de 0 à 3 enfants.

ACTIVITE GEOMETRIQUE :

Exercice 4 :

1°) On sait que : [AB] est un diamètre du cercle \mathcal{C} et C est un 3^{ème} point de \mathcal{C} .

Or : *Si un triangle est constitué du diamètre d'un cercle et d'un 3^{ème} point de ce cercle, Alors ce triangle est rectangle en ce 3^{ème} point.*

Donc : ABC triangle rectangle en C.

2°) Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après la propriété de Pythagore :

$$\begin{aligned}AB^2 &= AC^2 + CB^2 \\10^2 &= AC^2 + 6^2 \\AC^2 &= 100 - 36 \\AC^2 &= 64 \\AC &= \sqrt{64} \\AC &= 8 \text{ cm.}\end{aligned}$$

Exercice 5 :

1°) Dans le triangle OEB : $A \in (OB)$ et $C \in (OE)$

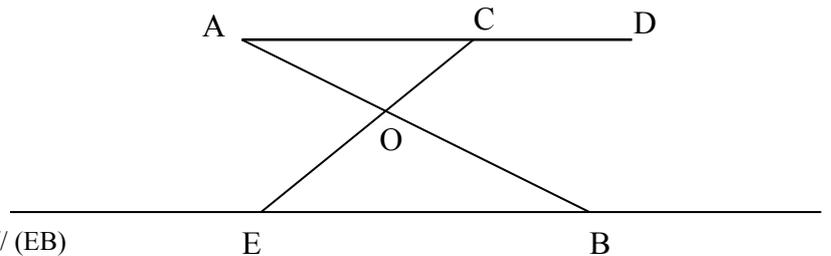
Les points A, O et B d'une part et les points C, O et E d'autre part ont des positions homologues (dans la même position).

On a : $\frac{OC}{OE} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$

et aussi : $\frac{AO}{OB} = \frac{60}{72} = \frac{5 \times 12}{6 \times 12} = \frac{5}{6}$

Par le calcul, on vient d'établir que : $\frac{OC}{OE} = \frac{AO}{OB}$

Donc, d'après la propriété réciproque de Thalès : (CA) // (EB)



2°) Dans le triangle OEB : $A \in (OB)$ et $C \in (OE)$

On sait que (AC) // (EB), donc d'après la propriété de Thalès : $\frac{OA}{AB} = \frac{OC}{OE} = \frac{AC}{BE}$

soit : $\frac{60}{72} = \frac{50}{60} = \frac{100}{BE}$

Calcul de BE : Si $\frac{50}{60} = \frac{100}{BE}$, alors :

$$BE \times 50 = 100 \times 60$$

$$BE = \frac{100 \times 60}{50} = 120 \text{ cm}$$

PROBLEME :

PARTIE 1 : L'année dernière, Harry Covert n'avait mis que des pieds de tomates dans son potager.

1°) pour calculer la moyenne, il faut prendre le centre de chaque classe

L'effectif total est de 30 $m = \frac{4 \times 0,5 + 8 \times 1,5 + \dots + 3 \times 5,5 + 1 \times 6,5}{30}$ soit $m = \frac{81}{30} = 2,7$ kg

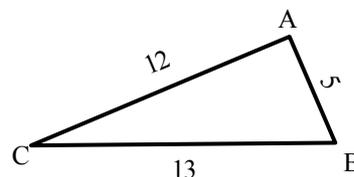
2°) Nombre de paniers avec un poids supérieur ou égal à 4 kg : $2 + 3 + 1 = 6$ paniers (sur un total de 30)

Soit une proportion de : $\frac{6}{30} = 0,20 = \frac{20}{100} = 20\%$

PARTIE 2 :

1°) Dans le triangle ABC : [BC] est le plus grand côté et $BC^2 = 13^2$

$$\begin{aligned} BC^2 &= 13^2 & AB^2 + AC^2 &= 5^2 + 12^2 \\ BC^2 &= 169 & &= 25 + 144 \\ & & &= 169 \end{aligned}$$



Par le calcul, on vient d'établir que $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Donc d'après la propriété réciproque de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.

$$\begin{aligned} 2^\circ) \quad \mathcal{A}(ABC) &= \frac{AB \times AC}{2} \\ &= \frac{5 \times 12}{2} \\ &= 30 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Et : $\mathcal{A}(ABC) \div 2 = 30 \div 2 = 15 \text{ m}^2$

Donc chaque variété de légume occupera exactement 15 m².

PARTIE 3 : Un cas particulier : si $BM = 2,5$ m (c'est à dire : M est le milieu de [AB])

1°) Dans le triangle ABC : $M \in [BA]$ et $N \in [BC]$

On sait que $(MN) \parallel (AC)$ donc d'après la propriété de Thalès :

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC} \quad \text{soit : } \frac{2,5}{5} = \frac{BN}{13} = \frac{MN}{12}$$

Calcul de MN : Si $\frac{2,5}{5} = \frac{MN}{12}$ alors : $MN \times 5 = 12 \times 2,5$

$$\begin{aligned} MN &= \frac{12 \times 2,5}{5} \\ MN &= 6 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^\circ) \quad \mathcal{A}(BMN) &= \frac{BM \times MN}{2} \\ &= \frac{2,5 \times 6}{2} \\ &= 7,5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

3°) L'aire du triangle BMN représente 7,5 m² sur 30 m²
 $\frac{7,5}{30} = 0,25$ soit $\frac{1}{4}$ du potager.

PARTIE 4 : Cas général : dans cette partie on pose $BM = x$ mètres.

1°) $M \in [AB]$ et $AB = 5$ m donc : si $BM = x$, alors : $0 \leq x \leq 5$

2°) Du 1°) de la **PARTIE 3**, on sait que :

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC} \quad \text{soit : } \frac{x}{5} = \frac{BN}{13} = \frac{MN}{12}$$

Calcul de MN : Si $\frac{x}{5} = \frac{MN}{12}$ alors : $MN \times 5 = 12 \times x$

$$MN = \frac{12 \times x}{5} = 2,4x$$

$$\begin{aligned} 3^\circ) \quad \mathcal{A}(BMN) &= \frac{BM \times MN}{2} \\ &= \frac{x \times 2,4x}{2} \\ &= 1,2x^2 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

4°) On considère la fonction $\mathcal{A} : x \mapsto 1,2x^2$

a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous (on ne demande pas de détailler les calculs) :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$1,2x^2$	0	0,3	1,2	2,7	4,8	7,5	10,8	14,7	19,2	24,3	30

b) Dans le repère donné en annexe, tracez la courbe représentative de la fonction A.

c) La moitié de l'aire du triangle ABC est 15 m² Graphiquement : $\mathcal{A}(BMN) = 15 \text{ m}^2$ pour $BM \approx 3,6$ m

