

Avec un facteur commun

Exercice 1 : Factoriser les expressions ci-dessous :

$A = 3x^2 + 2x$ $A = x(3x + 2)$	$B = 4xy - 2x$ $B = 2x(2y - 1)$	$C = (x + 2)(3x - 1) + 2x(x + 2)$ $C = (x + 2)(3x - 1) + 2x(x + 2)$ $C = (x + 2)[(3x - 1) + 2x]$ $C = (x + 2)(5x - 1)$	$D = 5x(2x + 3) - (2x + 3)(1 - 3x)$ $D = 5x(2x + 3) - (2x + 3)(1 - 3x)$ $D = (2x + 3)[5x - (1 - 3x)]$ $D = (2x + 3)(5x - 1 + 3x)$ $D = (2x + 3)(8x - 1)$
$E = (7x - 3)(x + 5) - (3 + 2x)(x + 5)$ $E = (7x - 3)(x + 5) - (3 + 2x)(x + 5)$ $E = (x + 5)[(7x - 3) - (3 + 2x)]$ $E = (x + 5)[7x - 3 - 3 - 2x]$ $E = (x + 5)(5x - 6)$	$F = (1 + 2x)^2 - (4x + 3)(1 + 2x)$ $F = (1 + 2x)(1 + 2x) - (4x + 3)(1 + 2x)$ $F = (1 + 2x)[(1 + 2x) - (4x + 3)]$ $F = (1 + 2x)(1 + 2x - 4x - 3)$ $F = (1 + 2x)(-2x - 2)$	$G = (5x - 1)(x + 4) + (5x - 1)^2$ $G = (5x - 1)(x + 4) + (5x - 1)(5x - 1)$ $G = (5x - 1)[(x + 4) + (5x - 1)]$ $G = (5x - 1)(x + 4 + 5x - 1)$ $G = (5x - 1)(6x + 3)$	

Sans facteurs communs - Les identités remarquables

Exercice 2 : Factoriser les expressions ci-dessous en utilisant une identité remarquable

$A = x^2 + 4x + 4$ $A = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2$ $A = (x + 2)^2$	$B = 4x^2 - 20x + 25$ $B = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2$ $B = (2x - 5)^2$	$C = x^2 - 36$ $C = x^2 - 6^2$ $C = (x - 6)(x + 6)$	$D = 16x^2 - 49$ $D = (4x)^2 - 7^2$ $D = (4x - 7)(4x + 7)$
$E = 9x^2 - 42x + 49$ $E = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2$ $E = (3x - 7)^2$	$F = 9 - (2 - 8x)^2$ $F = 3^2 - (2 - 8x)^2$ $F = [3 - (2 - 8x)][3 + (2 - 8x)]$ $F = (3 - 2 + 8x)(3 + 2 - 8x)$ $F = (1 + 8x)(5 - 8x)$	$G = (2x - 10)^2 - 4x^2$ $G = (2x - 10)^2 - (2x)^2$ $G = [(2x - 10) - 2x][(2x - 10) + 2x]$ $G = (2x - 10 - 2x)(2x - 10 + 2x)$ $G = -10(4x - 10)$	$H = (x + 8)^2 - 100x^2$ $H = (x + 8)^2 - (10x)^2$ $H = [(x + 8) - 10x][(x + 8) + 10x]$ $H = (x + 8 - 10x)(x + 8 + 10x)$ $H = (-9x + 8)(11x + 8)$

Equations produits

Exercice 3 : Résoudre les équations ci-dessous :

$(x - 9)(2x + 6) = 0$ Soit $x - 9 = 0$ ou $2x + 6 = 0$ $x - 9 + 9 = 0 + 9$ $2x + 6 - 6 = 0 - 6$ $x = 9$ $2x = -6$ $x = -3$	$(4x - 5)(3x - 12) = 0$ Soit $4x - 5 = 0$ ou $3x - 12 = 0$ $4x - 5 + 5 = 0 + 5$ $3x - 12 + 12 = 0 + 12$ $4x = 5$ $3x = 12$ $\frac{4x}{4} = \frac{5}{4}$ $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ $x = 1,25$ $x = 4$	$2x(5 - 2x)(3x + 1) = 0$ soit $2x = 0$ ou $5 - 2x = 0$ ou $3x + 1 = 0$ $x = 0$ $5 - 2x - 5 = 0 - 5$ $3x + 1 - 1 = 0 - 1$ $x = 0$ $-2x = -5$ $3x = -1$ $x = 0$ $x = 2,5$ $x = -\frac{1}{3}$	$(x + 5)^2 - 4x^2 = 0$ $(x + 5)^2 - (2x)^2 = 0$ $(x + 5 - 2x)(x + 5 + 2x) = 0$ $(5 - x)(3x + 5) = 0$ Soit $5 - x = 0$ ou $3x + 5 = 0$ $x = 5$ $3x + 5 - 5 = 0 - 5$ $3x = -5$ $x = -\frac{5}{3}$
--	---	--	--

Exercice 4 : (2005)

On considère l'expression $F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$

1. Développer et réduire F

$$F = [(2x + 3)(5 - x)] - [(2x + 3)^2]$$

$$F = [2x \times 5 + 2x \times (-x) + 3 \times 5 + 3 \times (-x)] - [(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2]$$

$$F = (10x - 2x^2 + 15 - 3x) - (4x^2 + 12x + 9)$$

$$F = (-2x^2 + 7x + 15) - (4x^2 + 12x + 9)$$

$$F = -2x^2 + 7x + 15 - 4x^2 - 12x - 9$$

$$F = -6x^2 - 5x + 6$$

2. Factoriser F.

$$F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)(2x + 3)$$

$$F = (2x + 3)[(5 - x) - (2x + 3)]$$

$$F = (2x + 3)(5 - x - 2x - 3)$$

$$F = (2x + 3)(2 - 3x)$$

3. Résoudre l'équation $(2x + 3)(2 - 3x) = 0$

soit $2x + 3 = 0$ ou $2 - 3x = 0$

$$2x + 3 - 3 = 0 - 3 \quad 2 - 3x - 2 = 0 - 2$$

$$2x = -3 \quad -3x = -2$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-3}{2} \quad \frac{-3x}{-3} = \frac{-2}{-3}$$

$$x = -1,5 \quad x = \frac{2}{3}$$

2 solutions : $x = -1,5$ et $x = \frac{2}{3}$

4. Calculer la valeur numérique de F pour $x = 3$.

pour $x = 3$ $F = (2 \times 3 + 3)(2 - 3 \times 3)$

$$F = (6 + 3)(2 - 9)$$

$$F = 9 \times (-7)$$

$$F = -63$$

Exercice 5 : (2005)

On considère l'expression $E = (3x - 4)^2 - 4x^2$

1. Développer et réduire E

$$E = (3x - 4)^2 - 4x^2$$

$$E = 9x^2 - 24x + 16 - 4x^2$$

$$E = 5x^2 - 24x + 16$$

2. Factoriser E.

$$E = (3x - 4)^2 - (2x)^2$$

$$E = [(3x - 4) - 2x][(3x - 4) + 2x]$$

$$E = (3x - 4 - 2x)(3x - 4 + 2x)$$

$$E = (x - 4)(5x - 4)$$

3. Calculer E pour : a) $x = 0$ b) $x = -1$.

a) pour $x = 0$ b) pour $x = -1$

$$E = (0 - 4)(5 \times 0 - 4) \quad E = (-1 - 4)(5 \times (-1) - 4)$$

$$E = (-4)(-4) \quad E = (-5)(-5 - 4)$$

$$E = 16 \quad E = (-5) \times (-9)$$

$$E = 45$$

4. Résoudre l'équation $(5x - 4)(x - 4) = 0$.

Soit $5x - 4 = 0$ ou $x - 4 = 0$

$$5x - 4 + 4 = 0 + 4 \quad x = 4$$

$$5x = 4$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{4}{5}$$

$$x = 0,8$$

2 solutions : $x = 0,8$ et $x = 4$

Exercice 6 : (2004)

Soit l'expression $A = 9x^2 - 49 + (3x + 7)(2x + 3)$

1. Développer l'expression A.

$$A = 9x^2 - 49 + (3x \times 2x + 3x \times 3 + 7 \times 2x + 7 \times 3)$$

$$A = 9x^2 - 49 + (3x^2 + 9x + 14x + 21)$$

$$A = 9x^2 - 49 + 3x^2 + 9x + 14x + 21$$

$$A = 12x^2 + 23x - 28$$

2. Factoriser $9x^2 - 49$, puis l'expression A.

$$9x^2 - 49 = (3x)^2 - 7^2$$

$$= (3x - 7)(3x + 7)$$

$$A = (3x - 7)(3x + 7) + (3x + 7)(2x + 3)$$

$$A = (3x + 7)[(3x - 7) + (2x + 3)]$$

$$A = (3x + 7)(5x - 4)$$

3. Résoudre l'équation $(3x + 7)(5x - 4) = 0$.

Soit $3x + 7 = 0$ ou $5x - 4 = 0$

$$3x + 7 - 7 = 0 - 7 \quad 5x - 4 + 4 = 0 + 4$$

$$3x = -7 \quad 5x = 4$$

$$x = \frac{-7}{3} \quad x = \frac{4}{5} = 0,8$$

2 solutions : $x = \frac{-7}{3}$ et $x = 0,8$

Exercice 7 : (2008)

Voici un programme de calcul :

- * Choisir un nombre
- * Multiplier ce nombre par 3
- * Ajouter le carré du nombre choisi
- * Multiplier par 2
- * Ecrire le résultat

a) Montrer que si on choisit le nombre 10, le résultat est 260.

- * 10
- * $3 \times 10 = 30$
- * $30 + 10^2 = 30 + 100 = 130$
- * $130 \times 2 = 260$
- * 260

b) Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :

◦ le nombre choisi est -5

- * -5
- * $3 \times (-5) = -15$
- * $-15 + (-5)^2 = -15 + 25 = 10$
- * $10 \times 2 = 20$
- * 20

◦ le nombre choisi est $\frac{2}{3}$

- * $\frac{2}{3}$
- * $3 \times \left(\frac{2}{3}\right) = 2$
- * $2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2 + \frac{4}{9} = \frac{18}{9} + \frac{4}{9} = \frac{22}{9}$
- * $\frac{22}{9} \times 2 = \frac{44}{9}$
- * $\frac{44}{9}$

◦ le nombre choisi est $\sqrt{5}$

- * $\sqrt{5}$
- * $3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
- * $3\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 3\sqrt{5} + 5$
- * $(3\sqrt{5} + 5) \times 2 = 6\sqrt{5} + 10$
- * $6\sqrt{5} + 10$

c) Quels nombres peut-on choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0.

Soit x le nombre de départ

le résultat est alors $[(x \times 3) + x^2] \times 2 = (3x + x^2) \times 2 = 6x + 2x^2$

on veut : $6x + 2x^2 = 0$
 $x(6 + 2x) = 0$

Soit $x = 0$ ou $6 + 2x = 0$
 $2x = -6$
 $x = -3$

2 solutions : $x = 0$ et $x = -3$