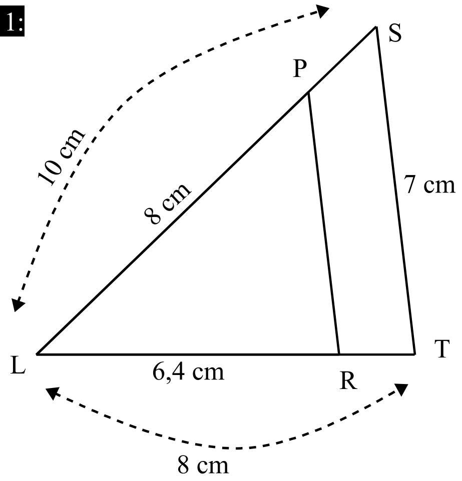
Fiche de révisions pour le brevet des collèges — la réciproque du théorème de Thales

Applications directes

Exercice 1:



Dans les triangles LPR et LTS *(L = sommet commun)*

on sait que : R ∈ (LT)
P ∈ (LS)
L,P,S et L,R,T ont des positions analogues

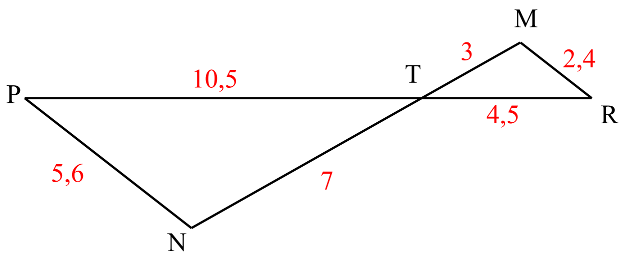
$\frac{LP}{LS} = \frac{8}{10} = 0,8$ | $\frac{LR}{LT} = \frac{6,4}{8} = 0,8$

on a $\frac{LP}{LS} = \frac{LR}{LT}$

Donc, D'après la réciproque du théorème de Thales, les droites (PR) et (ST) sont parallèles

Exercice 2:

TM = 3 cm TN = 7 cm PN = 5,6 cm
MR = 2,4 cm TR = 4,5 cm PT = 10,5 cm



Dans les triangles PTN et TMR *(T = sommet commun)*

on sait que : R ∈ (PT)
M ∈ (TN)
P,T,R et N,T,M ont des positions analogues

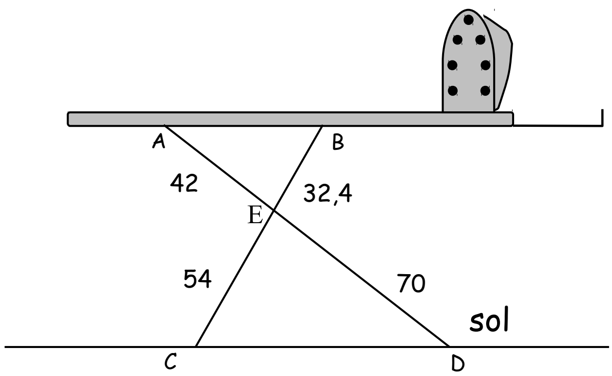
$\frac{TR}{TP} = \frac{4,5}{10,5} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$ | $\frac{TM}{TN} = \frac{3}{7}$

on a $\frac{TR}{TP} = \frac{TM}{TN}$

Donc, D'après la réciproque du théorème de Thales, les droites (PN) et (MR) sont parallèles

Cas concrets

Exercice 3: La table à repasser



a) Dans les triangles EAB et EDC *(E = sommet commun)*

on sait que : D ∈ (AE)
C ∈ (BE)
A,E,D et B,E,C ont des positions analogues

$\frac{EA}{ED} = \frac{42}{70} = 0,6$ | $\frac{EB}{EC} = \frac{32,4}{54} = 0,6$

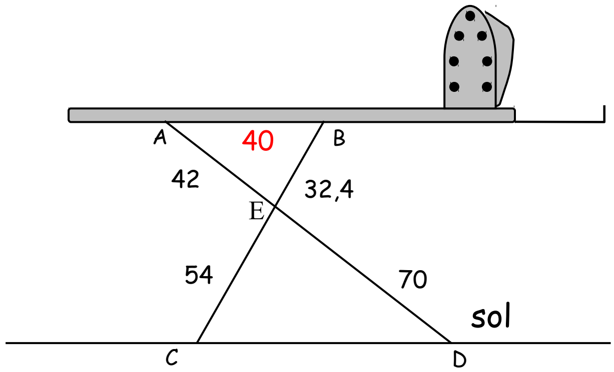
on a $\frac{EA}{ED} = \frac{EB}{EC}$

Donc, D'après la réciproque du théorème de Thales, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
La table est donc bien horizontale.

b)
Avec les triangles EAB et ECD

<u>On sait que :</u> A $\in$ (DE)
B $\in$ (CE)
(AB) // (CD)

<u>Donc</u> d'après le théorème de Thales, on a : $\dfrac{EA}{ED} = \dfrac{EB}{EC} = \dfrac{AB}{CD}$



$$\frac{42}{70} = \frac{32{,}4}{54} = \frac{40}{CD}$$

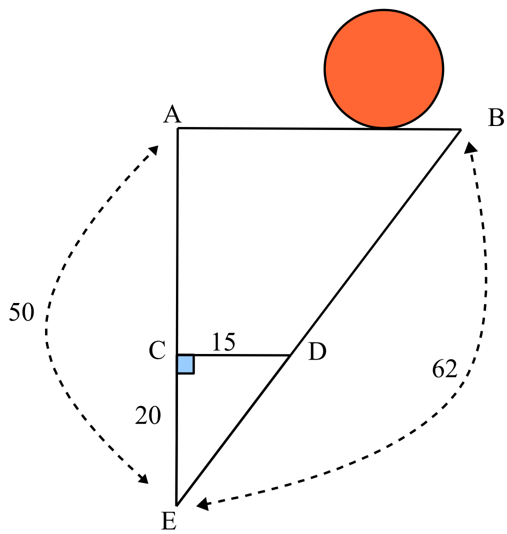
$\dfrac{42}{70} = \dfrac{40}{CD}$
$70 \times 40 = 42 \times CD$
$2800 = 42 \times CD$
$\dfrac{2800}{42} = CD$
$CD \approx 66{,}7$ cm

Exercice 4: L'étagère

<u>a) Calcul de ED</u>

Dans CED rectangle en C, on utilise le théorème de Pythagore

$DE^2 = CD^2 + EC^2$
$DE^2 = 15^2 + 20^2$
$DE^2 = 225 + 400$
$DE^2 = 625$
$DE = \sqrt{625}$
$DE = 25$ cm



b) (CD) $\perp$ (AE) donc l'étagère [CD] est horizontale.

Dans les triangles ECD et EAB *(E = sommet commun)*

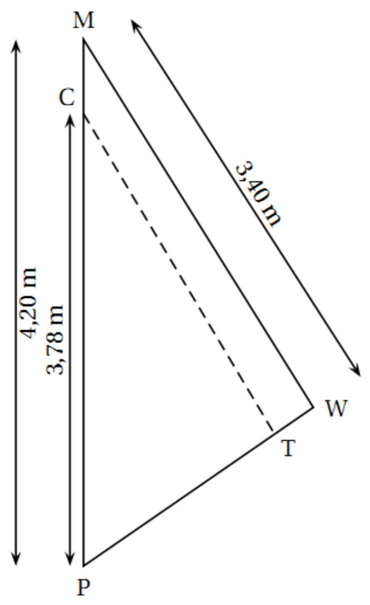
<u>on sait que :</u> C $\in$ (AE)
D $\in$ (BE)
E,C,A et E,D,B ont des positions analogues

$\dfrac{EA}{EC} = \dfrac{50}{20} = 2{,}5$	$\dfrac{EB}{ED} = \dfrac{62}{25} = 2{,}48$

on a $\dfrac{EA}{EC} \neq \dfrac{EB}{ED}$

Donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles
La boule va donc rouler.

Exercice 5: brevet des collèges 2011



Un centre nautique souhaite effectuer une réparation sur une voile.
La voile a la forme du triangle PMW ci-contre.

1.a) Avec les triangles PTC et PWM

On sait que : C $\in$ (PM)
T $\in$ (PW)
(CT) // (WM)

Donc d'après le théorème de Thales, on a : $\dfrac{PC}{PM} = \dfrac{PT}{PW} = \dfrac{CT}{WM}$

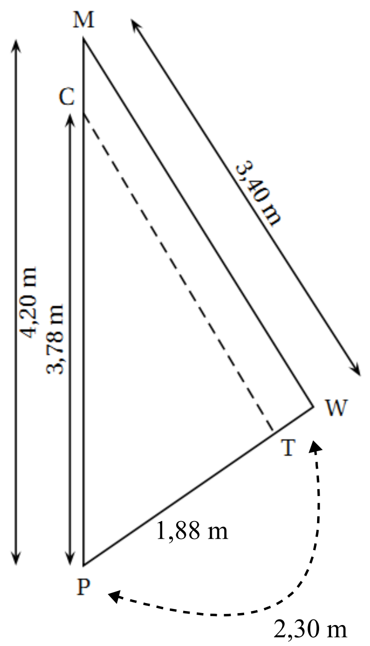
$$\frac{3,78}{4,20} = \frac{PT}{PW} = \frac{CT}{3,40}$$

$\dfrac{3,78}{4,20} = \dfrac{CT}{3,40}$
$3,78 \times 3,40 = 4,20 \times CT$
$12,852 = 4,20 \times CT$
$\dfrac{12,852}{4,20} = CT$
$CT = 3,06$

La couture aura une longueur de 3,06 m

b) La quantité de fil nécessaire sera donc de $3,06 \times 2 = 6,12$ m

2. Dans les triangles PTC et PMW *(P = sommet commun)*



on sait que : M $\in$ (PC)
W $\in$ (PT)
P,C,M et P,T,W ont des positions analogues

$\dfrac{PC}{PM} = \dfrac{3,78}{4,20} = 0,9$ | $\dfrac{PT}{PW} = \dfrac{1,88}{2,30} \neq 0,9$ ($\approx 0,817$)

on a $\dfrac{PC}{PM} \neq \dfrac{PT}{PW}$

Donc les droites (CT) et (MW) ne sont pas parallèles
La couture n'est donc pas parallèle à (MW)