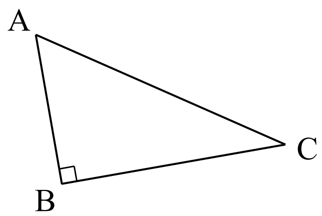
Fiche de révisions pour le brevet des collèges — Cosinus, Sinus, Tangente

Les formules

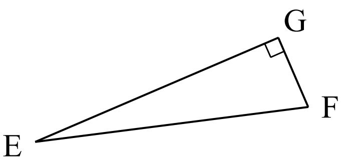
Exercice 1: *Retrouvez la formule :*



$\cos \widehat{A} = \dfrac{AB}{AC}$ $\quad \cos \widehat{C} = \dfrac{BC}{AC}$

$\sin \widehat{A} = \dfrac{BC}{AC}$ $\quad \sin \widehat{C} = \dfrac{AB}{AC}$

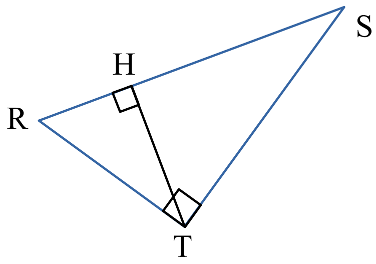
$\tan \widehat{A} = \dfrac{BC}{AB}$ $\quad \tan \widehat{C} = \dfrac{AB}{BC}$



$\cos \widehat{E} = \dfrac{EG}{EF}$ $\quad \cos \widehat{F} = \dfrac{FG}{EF}$

$\sin \widehat{E} = \dfrac{GF}{EF}$ $\quad \sin \widehat{F} = \dfrac{EG}{EF}$

$\tan \widehat{E} = \dfrac{GF}{EG}$ $\quad \tan \widehat{F} = \dfrac{EG}{GF}$



◦ Dans le triangle RHT rectangle en H

$\cos \widehat{HRT} = \dfrac{RH}{RT}$ $\quad \sin \widehat{HRT} = \dfrac{HT}{RT}$ $\quad \tan \widehat{HRT} = \dfrac{HT}{RH}$

◦ Dans le triangle RST rectangle en T

$\cos \widehat{SRT} = \dfrac{RT}{RS}$ $\quad \sin \widehat{SRT} = \dfrac{ST}{RS}$ $\quad \tan \widehat{SRT} = \dfrac{ST}{RT}$

◦ Dans le triangle SHT rectangle en H

$\cos \widehat{HST} = \dfrac{SH}{ST}$ $\quad \sin \widehat{HST} = \dfrac{HT}{ST}$ $\quad \tan \widehat{HST} = \dfrac{HT}{HS}$

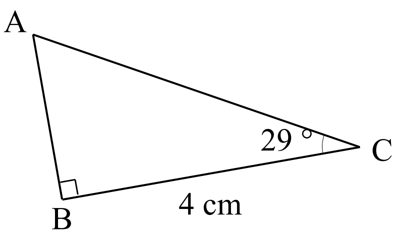
◦ Dans le triangle RST rectangle en T

$\cos \widehat{RST} = \dfrac{ST}{RS}$ $\quad \sin \widehat{RST} = \dfrac{RT}{RS}$ $\quad \tan \widehat{RST} = \dfrac{RT}{ST}$

Applications directes

Exercice 2:

a) Calculez AB et AC



Dans ABC rectangle en B

$\cos \widehat{ACB} = \dfrac{\text{BC}}{\text{AC}}$

$\cos 29° = \dfrac{4}{AC}$

$\dfrac{\cos 29°}{1} = \dfrac{4}{\text{AC}}$

$\text{AC} \times \cos 29° = 1 \times 4$

$\dfrac{\text{AC} \times \cos 29°}{\cos 29°} = \dfrac{4}{\cos 29°}$

$\text{AC} = \dfrac{4}{\cos 29°}$

AC ≈ 4,6 cm

$\tan \widehat{ACB} = \dfrac{\text{AB}}{\text{BC}}$

$\tan 29° = \dfrac{\text{AB}}{4}$

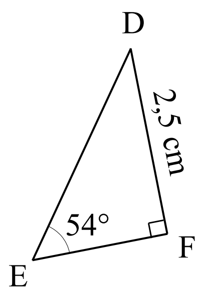
$\dfrac{\tan 29°}{1} = \dfrac{\text{AB}}{4}$

$1 \times \text{AB} = 4 \times \tan 29°$

$\text{AB} = 4 \times \tan 29°$

AB ≈ 2,2 cm

b) Calculez EF et DE



Dans DEF rectangle en F

$\tan \widehat{FED} = \dfrac{\text{DF}}{\text{EF}}$

$\tan 54° = \dfrac{2{,}5}{\text{EF}}$

$\dfrac{\tan 54°}{1} = \dfrac{2{,}5}{\text{EF}}$

$\text{EF} \times \tan 54° = 1 \times 2{,}5$

$\dfrac{\text{EF} \times \tan 54°}{(\tan 54°)} = \dfrac{2{,}5}{\tan 54°}$

$\text{EF} = \dfrac{2{,}5}{\tan 54°}$

EF ≈ 1,8 cm

$\sin \widehat{FED} = \dfrac{\text{DF}}{\text{DE}}$

$\sin 54° = \dfrac{2{,}5}{\text{DE}}$

$\dfrac{\sin 54°}{1} = \dfrac{2{,}5}{\text{DE}}$

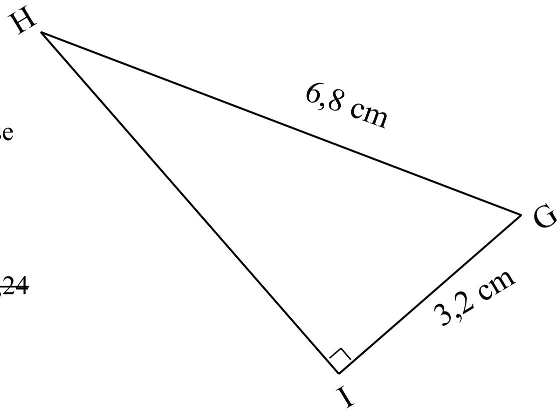
$\text{DE} \times \sin 54° = 1 \times 2{,}5$

$\dfrac{\text{DE} \times \sin 54°}{\sin 54°} = \dfrac{2{,}5}{\sin 54°}$

$\text{DE} = \dfrac{2{,}5}{\sin 54°}$

DE ≈ 3,1 cm

c) Calculez $\widehat{IHG}$, $\widehat{HGI}$ et HI.



◦ Dans HIG rectangle en I

$\sin \widehat{IHG} = \dfrac{IG}{GH}$ $\qquad \cos \widehat{IGH} = \dfrac{GI}{GH}$

$\sin \widehat{IHG} = \dfrac{3,2}{6,8}$ $\qquad \cos \widehat{IGH} = \dfrac{3,2}{6,8}$

$\text{Sin } \widehat{IHG} \approx 0,471$ $\qquad \cos \widehat{IGH} \approx 0,471$

$\widehat{IHG} \approx 28°$ $\qquad \widehat{IGH} \approx 62°$

◦ Dans HIG rectangle en I, on utilise le théorème de Pythagore

$GH^2 = HI^2 + GI^2$

$6,8^2 = HI^2 + 3,2^2$

$46,24 = HI^2 + 10,24$

$46,24 - 10,24 = HI^2 + \cancel{10,24} - \cancel{10,24}$

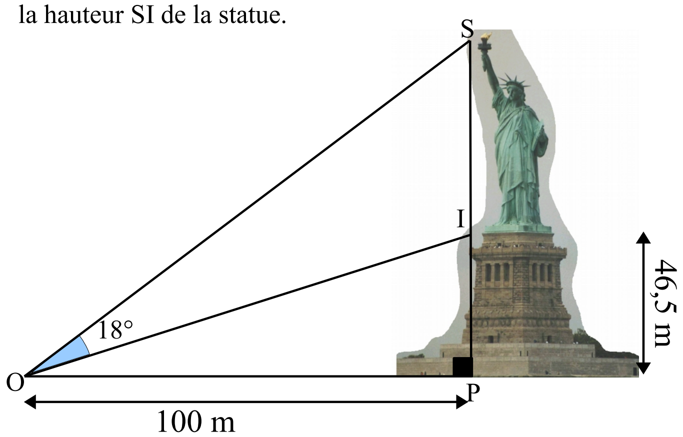
$36 = HI^2$

$HI = \sqrt{36} = 6$ cm

Cas concrets

Exercice 3:

Calculer une valeur approchée au centimètre près de la hauteur SI de la statue.



◦ ***Calcul de l'angle $\widehat{POI}$***

Dans le triangle POI rectangle en P

$\tan \widehat{POI} = \dfrac{PI}{PO}$

$\tan \widehat{POI} = \dfrac{46,5}{100} = 0,465$

$\widehat{POI} \approx 25°$

◦ ***Calcul de PS***

$\widehat{POS} = \widehat{POI} + \widehat{IOS}$

$\widehat{POS} = 25° + 18°$

$\widehat{POS} = 43°$

Dans le triangle POS rectangle en P

$\tan \widehat{POS} = \dfrac{PS}{PO}$

$\tan 43° = \dfrac{PS}{100}$

$\dfrac{\tan 43°}{1} = \dfrac{PS}{100}$

$1 \times PS = 100 \times \tan 43°$

$PS = 100 \times \tan 43°$

$PS \approx 93,3$ m

◦ ***Conclusion***

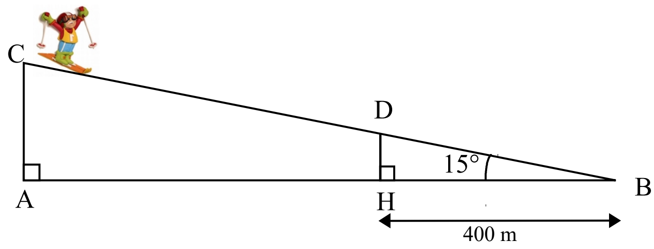
IS = PS – PI

IS = 93,3 – 46,5

IS = 46,8 mètres

Exercice 4:

Un skieur se trouve en haut d'une piste [BC] faisant un angle de 15° avec l'horizontal.
En haut de la piste, un panneau indique :
" piste rouge, descente 1932 mètres " (BC = 1932 m)



1) Calculer au mètre prés le dénivelé AC.

Dans le triangle ABC rectangle en A

$\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$

$\sin 15° = \dfrac{AC}{1932}$

$\dfrac{\sin 15°}{1} = \dfrac{AC}{1932}$

$1 \times AC = 1932 \times \sin 15°$

$AC \approx 500$ mètres

2) Le skieur s'est arrêter au point D.
Calculer au mètre prés la distance qu'il a parcourue.

◦ Dans BHD rectangle en H

$\cos \widehat{DBH} = \dfrac{BH}{BD}$

$\cos 15° = \dfrac{400}{BD}$

$\dfrac{\cos 15°}{1} = \dfrac{400}{BD}$

$BD \times \cos 15° = 1 \times 400$

$\dfrac{BD \times \cos 15°}{\cos 15°} = \dfrac{400}{\cos 15°}$

$BD \approx 414$ mètres

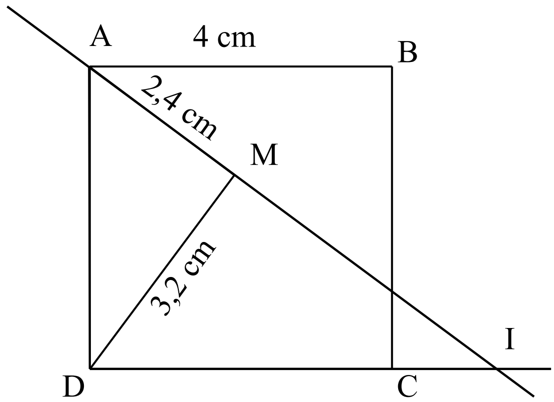
◦ CD = BC – BD
CD = 1932 – 414
CD = 1518 mètres

Annale du brevet des collèges

Exercice 5:

L'unité de longueur est le centimètre.
ABCD est un carré tel que AB = 4.
Le point M est situé à l'intérieur du carré ABCD et vérifie AM = 2,4 et DM = 3,2.
La droite (AM) coupe la demi-droite [DC) au point I.

1. Faire une figure en vraie grandeur.



2. Montrer que le triangle AMD est rectangle en M.

Dans le triangle AMD, [AD] est le plus grand côté.

$AD^2 = 4^2$ $\quad$ $AM^2 + MD^2 = 2,4^2 + 3,2^2$
$AD^2 = 16$ $\quad$ $AM^2 + MD^2 = 5,76 + 10,24$
$AM^2 + MD^2 = 16$

on a $AD^2 = AM^2 + MD^2$

donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore
AMD est un triangle rectangle en M.

3. Calculer au degré près la mesure de l'angle $\widehat{DAM}$.

Dans le triangle DAM rectangle en M

$$\tan \widehat{DAM} = \frac{MD}{MA}$$
$$\tan \widehat{DAM} = \frac{3,2}{2,4}$$
$$\tan \widehat{DAM} \approx 1,333$$
$$\widehat{DAM} \approx 53°$$

4. Dans le triangle ADI rectangle en D, exprimer tan $\widehat{DAI}$.
En déduire une valeur approchée au mm près de la longueur DI.

Dans le triangle DAI rectangle en D

$$\tan \widehat{DAI} = \frac{DI}{DA} \quad \text{or } \widehat{DAI} = \widehat{DAM} = 53°$$

$$\tan 53° = \frac{DI}{4}$$
$$\frac{\tan 53°}{1} = \frac{DI}{4}$$

$1 \times DI = 4 \times \tan 53°$

$DI = 4 \times \tan 53°$

$DI \approx 5,3$ cm