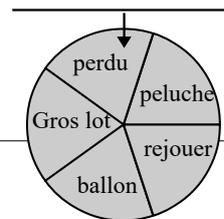


Activité - cours : Probabilité

I) Expérience aléatoire

a) Exemples d'expériences



Expériences	pile ou face	jeu de dé	roue
issues (résultats)	Pile ; face	1;2;3;4;5;6	Perdu ; peluche ; rejouer ; ballon ; gros lot

Ces 3 jeux sont des **expériences aléatoires** et leurs résultats possibles sont appelées **issues**

Une expérience est aléatoire est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance.

Faire une expérience avec un dé truqué n'est pas une expérience aléatoire.

Faire un pile ou face avec une pièce de monnaie ayant 2 faces identiques n'est pas un expérience aléatoire.

b) Réalisons une expérience aléatoire (le lancer de dé)

◦ 10 lancers réalisés par le professeur

Faces	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	0	2	1	2	4	1	10
Fréquences	0	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1	1

10 Lancers									
5	2	4	5	5	6	2	3	4	5

Remarque : plus il y a de lancers, plus les fréquences ont tendances à s'équilibrer

◦ 100 lancers réalisés par le professeur

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Faces	1	2	3	4	5	6	Total
2	Effectifs	19	18	13	16	18	16	100
3	Fréquences	0,19	0,18	0,13	0,16	0,18	0,16	1

100 Lancers									
5	2	4	5	5	6	2	3	4	5
3	5	4	2	5	4	1	3	2	5
3	1	4	4	2	5	3	6	5	5
6	1	6	4	6	4	2	4	1	6
2	3	5	4	2	4	4	6	6	1
2	3	5	1	6	5	2	4	6	1
1	1	3	5	3	4	5	4	1	1
2	2	1	2	1	6	1	3	2	2
6	1	3	1	1	6	6	6	5	2
5	3	1	4	5	3	6	1	2	2

◦ Pour 10000 lancers, on va utiliser un tableur pour simuler les lancers

Au tableur on peut simuler un tirage aléatoire en utilisant la formule = ALEA.ENTRE.BORNES(;)

Pour simuler un lancer de dé, on tape : = ALEA.ENTRE.BORNES(1 ; 6)

Pour simuler un pile ou face, on tape : = ALEA.ENTRE.BORNES(1 ; 2)

Vers quel nombre semblent tendre

toutes ces fréquences : $0,167 = 16,7\% = \frac{1}{6}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Faces	1	2	3	4	5	6	Total
2	Effectifs	1657	1638	1668	1688	1661	1688	10000
3	Fréquences	0,166	0,164	0,167	0,169	0,166	0,169	1

Définition: On dit que la probabilité d'obtenir une certaine face est de 0,167 ou 16,7 %

Lors d'une expérience aléatoire, **la probabilité** d'obtenir un certain résultat correspond à sa fréquence d'apparition si on réalise cette expérience un très grand nombre de fois.

c) propriété

La probabilité d'obtenir un certain résultat correspond au pourcentage de chance qu'il se réalise.

* au dé, on a 1 chance sur 6 d'obtenir un 6

la probabilité d'obtenir un 6 est donc de $\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{6} \approx 0,167 \approx 16,7 \%$$

* avec une pièce on a 1 chance sur 2 d'obtenir un pile

la probabilité d'obtenir pile est donc de $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} = 0,5 = 50 \%$$

d) Événements

On appelle **événement** une "action" qui peut être réalisée par un certains nombres d'issues

Événements	Issues qui réalisent l'événement	Probabilité	Événement
A = «obtenir 1 »	1	$\frac{1}{6}$	élémentaire
B = «obtenir 2 »	2	$\frac{1}{6}$	élémentaire
P = «obtenir un nombre pair »	2 4 6	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	
Q = «obtenir un nombre premier »	2 3 5	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	
M = «obtenir un multiple de 3 »	3 6	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	
S = «obtenir un nombre > 2 »	3 4 5 6	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	contraire à T
I = «obtenir 7 »	aucune	0	impossible
T = «obtenir un nombre ≤ 2 »	1 2	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	contraire à S

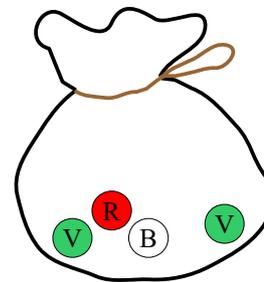
Propriétés et remarques:

- Une probabilité est toujours ...comprise entre 0 et 1
 - Un événement qui ne peut être réalisé que par une seule issue est appeléévénement élémentaire
 - Un événement qui a une probabilité égale à 1 est appelé ...événement certain
 - Un événement qui a une probabilité égale à 0 est appelé ...événement impossible
 - Deux événements qui ne peuvent pas se réaliser en même temps sont dit ...incompatibles
Exemple : ...M et T sont incompatibles
 - L'**événement contraire** d'un événement M est réalisé quand M ne l'est pas. Il est noté \overline{M}
Exemple : ...S et T sont des événements contraires $S = \overline{T}$ et $T = \overline{S}$
Remarque : $P(S) + P(\overline{S}) = 1$ la somme de leur probabilité est toujours égale à 1 $P(\overline{S}) = 1 - P(S)$
 - Les seuls événements élémentaires de l'expérience du lancer de dé sont :
A = «obtenir 1» ; B = «obtenir 2» ; C = «obtenir 3» ; D = «obtenir 4» ; E = «obtenir 5» ; F = «obtenir 6»
$$P(A) + P(B) + P(C) + P(D) + P(E) + P(F) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$
- ...la somme des probabilités de tous les événements élémentaires est toujours égale à 1
- Lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité d'être réalisé, on dit qu'il y a **équiprobabilité**

II) Deuxième expérience aléatoire

a) Expérience à 1 épreuve

L'expérience consiste à tirer une bille dans un sac contenant 2 billes vertes, une bille rouge et une bille blanche.



Issues possibles : bille verte bille rouge bille blanche

Donner les événements élémentaires et leur probabilité: (vérifiez que leur somme vaut 1)

$$A = \text{«obtenir une bille verte»} \quad P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (2 \text{ chances sur } 4)$$

$$B = \text{«obtenir une bille rouge»} \quad P(B) = \frac{1}{4} \quad (1 \text{ chance sur } 4) \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$C = \text{«obtenir une bille blanche»} \quad P(C) = \frac{1}{4} \quad (1 \text{ chance sur } 4)$$

S'agit-il d'une situation d'équiprobabilité ? : Non car les événements élémentaires n'ont pas le même probabilité

Donnez :
◦ un événement certain : D = «obtenir une bille ronde»
◦ un événement impossible : E = «obtenir une bille noire»

Déterminez la probabilité de l'événement F = «ne pas tirer la bille blanche »: $P(F) = P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

b) Expérience à 2 épreuves

On tire **successivement** 2 billes, sans remettre la première, et on regarde les 2 couleurs obtenues.

Quels sont toutes les issues possibles ?

(V,V) (V,B) (V,R) (B,V) (B,R) (R,V) (R,B)

Compléter le tableau à double entrée

1 ^{er} tirage 2 ^{ème} tirage	V ₁	V ₂	B	R
V ₁	×	×	×	×
V ₂	×	×	×	×
B	×	×	×	×
R	×	×	×	×

Quelle est la probabilité de l'événement E₁ suivant:

E₁ = « avoir les 2 billes vertes »

$$P(E_1) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Quelle est la probabilité de l'événement E₂ suivant:

E₂ = « ne pas avoir la bille blanche »

$$P(E_2) = 1 - P(\text{« avoir la bille blanche »}) \\ = 1 - \frac{4}{16} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

c) Expérience à 2 épreuves

On tire **successivement** 2 billes, en remettant la première, et on regarde les 2 couleurs obtenues.

Quels sont toutes les issues possibles ?

(V,V) (V,B) (V,R) (B,B) (B,V) (B,R) (R,R) (R,V) (R,B)

Compléter le tableau à double entrée

1 ^{er} tirage 2 ^{ème} tirage	V ₁	V ₂	B	R
V ₁	×	×	×	×
V ₂	×	×	×	×
B	×	×	×	×
R	×	×	×	×

Quelle est la probabilité de l'événement E₁ suivant:

E₁ = « avoir les 2 billes vertes »

$$P(E_1) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Quelle est la probabilité de l'événement E₂ suivant:

E₂ = « avoir la bille blanche et la bille rouge »

$$P(E_2) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

Remarque : Lors d'une expérience à 2 épreuves, il est pratique d'utiliser un tableau à double entrée pour déterminer le nombre de chance qu'une issue soit réalisée.