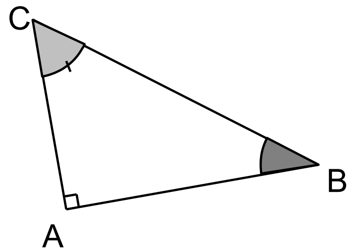
Trigonométrie

I) Vocabulaire du triangle rectangle



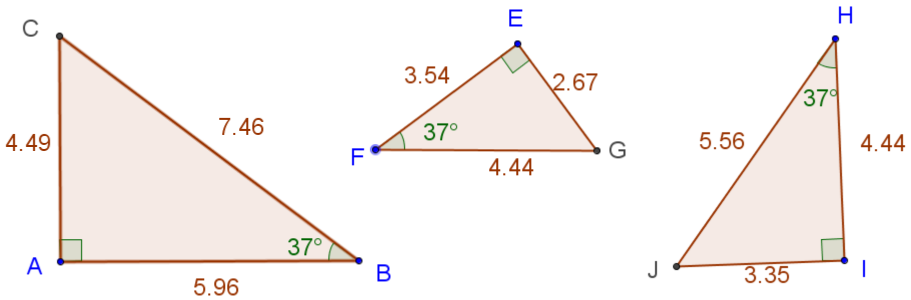
Hypoténuse : Le côté situé face à l'angle droit

Côté adjacent à un angle aigu:
c'est le côté de l'angle aigu qui n'est pas l'hypoténuse
c'est celui qui est aussi un côté de l'angle droit
le côté adjacent à $\hat{B}$ est [AB] le côté adjacent à $\hat{C}$ est [AC]

Côté opposé à un angle aigu: Le côté situé face à l'angle
Le côté opposé à $\hat{B}$ est [AC] le côté opposé à $\hat{C}$ est [AB]

II) Cosinus - sinus - tangente d'un angle aigu (voir activité)

Dans des triangles rectangles ayant les mêmes angles (semblables) le quotient $\dfrac{\text{côté adjacent à un angle aigu}}{\text{hypoténuse}}$ est constant et ne dépend que de l'angle. Ce quotient est appelé cosinus de l'angle aigu et noté cos($\widehat{angle}$) .



le cosinus est un lien entre 2 côtés et 1 angle d'un triangle rectangle et va permettre de calculer une des 3 grandeurs connaissant les 2 autres.

$$\cos 37° \approx \frac{5{,}96}{7{,}46} = \frac{3{,}54}{4{,}44} = \frac{3{,}35}{5{,}56} \approx 0{,}799$$

De même les quotients $\dfrac{\text{côté opposé à un angle aigu}}{\text{hypoténuse}}$ et $\dfrac{\text{côté opposé à un angle aigu}}{\text{côté adjacent à un angle aigu}}$ sont aussi constants et ne dépendent que de l'angle et on les appelle sinus de l'angle aigu et tangente de l'angle aigu.
On les note : sin($\widehat{angle}$) et tan($\widehat{angle}$)

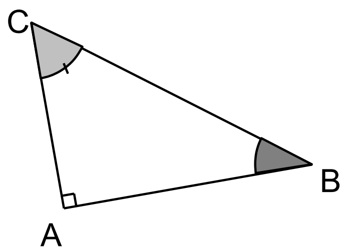
III) Les formules de trigonométrie

Dans un triangle rectangle

$$\cos\ (\text{angle aigu}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin\ (\text{angle aigu}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan\ (\text{angle aigu}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$



Exemples :

$\cos \widehat{ABC}$ = $\cos \widehat{ACB}$ =

$\sin \widehat{ABC}$ = $\sin \widehat{ACB}$ =

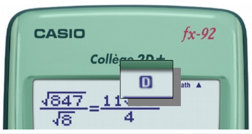
$\tan \widehat{ABC}$ = $\tan \widehat{ACB}$ =

Un moyen mnémotechnique pour retenir les formules : le mot SOH CAH TOA

S	O	H	C	A	H	T	O	A
Sinus	Opposé	Hypoténuse	Cosinus	Adjacent	Hypoténuse	Tangente	Opposé	Adjacent

Remarque : *le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1*

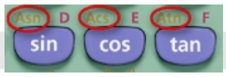
IV) Utilisation de la calculatrice



Exercice 1 : calculer les valeurs approchées au millième 

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}866$ $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}707$ $\cos 60° = 0{,}5$ $\cos 78° \approx 0{,}208$

$\sin 60° \approx 0{,}866$ $\sin 80° \approx 0{,}985$ $\tan 30° \approx 0{,}577$ $\sin 30° = 0{,}5$ $\tan 45° = 1$ $\sin 58° \approx 0{,}848$

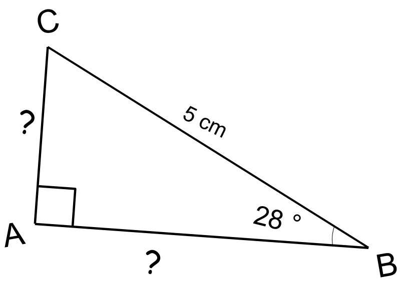
Exercice 2 : calculer les valeurs approchées au dixième des angles 

$\cos \hat{A} \approx 0{,}128 \rightarrow \hat{A} \approx 82{,}6°$ $\cos \hat{B} \approx 0{,}732 \rightarrow \hat{B} \approx 42{,}9°$ $\cos \hat{C} \approx 3{,}628 \rightarrow \hat{C} \approx$ impossible

car le cosinus est compris entre 0 et 1

$\sin \hat{B} \approx 0{,}732 \rightarrow \hat{B} \approx 47°$ $\tan \hat{C} \approx 3{,}628 \rightarrow \hat{C} \approx 74{,}6°$

V) Exercices



1) <u>Calcul de AC</u>

on connaît $\hat{B}$ et l'hypoténuse BC
on cherche AC le côté opposé à $\hat{B}$ (*soh*cahtoa)
il faut utiliser le sinus

$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$

$\sin(28°) = \frac{AC}{5}$

$\frac{\sin(28°)}{1} = \frac{AC}{5}$

1 x AC = 5 x sin(28°)
AC = 5 x sin(28°) *(valeur exacte)*
AC ≈ 2,3 cm *(valeur approchée au mm prés)*

<u>Calcul de AB</u>

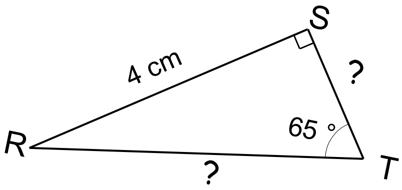
on connaît $\hat{B}$ et l'hypoténuse BC
on cherche AB le côté adjacent à $\hat{B}$ (soh*cah*toa)
il faut utiliser le cosinus

$\cos \hat{B} = \frac{AC}{BC}$

$\cos(28°) = \frac{AC}{5}$

$\frac{\cos(28°)}{1} = \frac{AC}{5}$

1 x AC = 5 x cos(28°)
AC = 5 x cos(28°) *(valeur exacte)*
AC ≈ 4,4 cm *(valeur approchée au mm prés)*



calcul de ST

on connaît $\hat{T}$ et le côté opposé RS
on cherche ST le côté adjacent à $\hat{T}$ (sohcahtoa)
il faut utiliser la tangente

$$\tan \widehat{T} = \frac{RS}{ST}$$

$$\tan(65°) = \frac{4}{ST}$$

$$\frac{\tan(65°)}{1} = \frac{4}{ST}$$

ST x tan(65°) = 1 x 4
ST x tan(65°) = 4

$$\frac{ST \times \tan(65°)}{\tan(65°)} = \frac{4}{\tan(65°)}$$

$ST = \dfrac{4}{\tan(65°)}$ *(valeur exacte)*

ST ≈ 1,9 cm (*valeur approchée au mm prés)*

calcul de RT

on connaît $\hat{T}$ et le côté opposé RS
on cherche RT l'hypoténuse (sohcahtoa)
il faut utiliser le sinus

$$\sin \widehat{T} = \frac{RS}{RT}$$

$$\sin(65°) = \frac{4}{RT}$$

$$\frac{\sin(65°)}{1} = \frac{4}{RT}$$

RT x sin(65°) = 1 x 4
RT x sin(65°) = 4

$$\frac{RT \times \sin(65°)}{\sin(65°)} = \frac{4}{\sin(65°)}$$

$RT = \dfrac{4}{\sin(65°)}$ *(valeur exacte)*

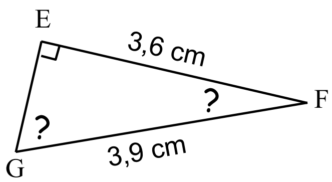
RT ≈ 4,4 cm (*valeur approchée au mm prés)*

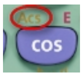
3) Dans EFG rectangle en E

$$\cos \hat{F} = \frac{EF}{FG}$$

$$\cos \hat{F} = \frac{3,6}{3,9}$$

$\cos \hat{F} \approx 0,923$



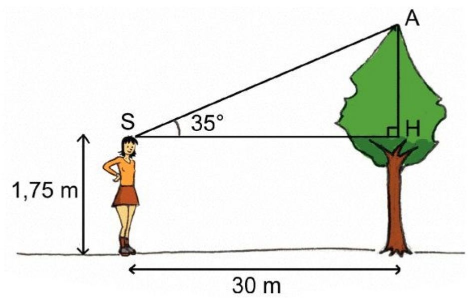
calculatrice 

(touche Arccos)

$\hat{F} \approx 22,6°$

$\hat{G} = 180° - (\hat{E} + \hat{F})$
$\hat{G} = 180° - (90° + 22,6°)$
$\hat{G} = 180° - 112,6°$
$\hat{G} = 68,4°$

4) Sophie qui mesure 1,75 m est à 30 m d'un arbre.
L'angle entre l'horizontal et le sommet de l'arbre est de 35°.
Déduis-en la hauteur de l'arbre



On veut AH (côté opposé) et on connaît SH (côté adjacent)
Il faut donc utiliser la tangente

$$\tan \hat{S} = \frac{AH}{SH}$$

$$\tan 35° = \frac{AH}{30}$$

$$\frac{\tan 35°}{1} = \frac{AH}{30}$$

1 x AH = 30 x tan35°
AH = 30 x tan 35°

AH ≈ 21 m

l'arbre mesure donc 22,75 m