

I) Les égalités

a) Définition

Une égalité est une relation contenant le signe =, on a membre de gauche = membre de droite

Exemple : $\frac{3}{4} = 0,75$ $2 + 8 = 10$

b) propriété des égalités

Une égalité reste valide lorsqu'on :

- Additionne (ou soustrait) un même nombre dans les 2 membres.
- multiplie (ou divise) les 2 membres par un même nombre.

Exemple : $10^3 = 1000$ $40 : 10 = 4$
 $2 \times 10^3 = 2 \times 1000$ $40 : 10 - 4 = 4 - 4$
 $2 \times 10^3 = 2000$ $40 : 10 - 4 = 0$

c) Les équations

Une équation est une égalité contenant une inconnue.

Exemple : $3x - 8 = 22$ est une équation et x est l'inconnue de cette équation.

Résoudre une équation, c'est trouver la valeur de x qui vérifie l'égalité.

Exemple : $x = 10$ est une solution de l'équation $3x - 8 = 22$ car $3 \times 10 - 8 = 30 - 8 = 22$

d) tester une égalité - tester la solution d'une équation

Pour tester si un nombre est solution d'une équation, il suffit de calculer chaque membre de l'équation pour ce nombre et de comparer.

exemple 1:

$x = 2$ est-il solution de l'équation $5x - 14 = 2x + 4$

pour $x = 2$:

$$\begin{array}{l} 5x - 14 = 5 \times 2 - 14 \\ = 10 - 14 \\ = -4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2x + 4 = 2 \times 2 + 4 \\ = 4 + 4 \\ = 8 \end{array}$$

Pour $x = 2$, $5x - 14 \neq 2x + 4$
donc 2 n'est pas solution de l'équation

exemple 2: A vous de jouer

$x = -4$ est-il solution de l'équation $7 + x = 2x + 11$

II) Technique de résolution

Pour résoudre une équation, on utilise les règles d'opérations sur les égalités.

a) l'équation $ax + b = c$ ($a \neq 0$)

$$4x - 5 = 19$$

$$4x - \cancel{5} + \cancel{5} = 19 + 5$$

$$\cancel{4}x = \frac{24}{4}$$

$$x = 6$$

$$-2x + 7 = 15$$

$$-2x + \cancel{7} - \cancel{7} = 15 - 7$$

$$\cancel{-2}x = \frac{8}{-2}$$

$$x = -4$$

$$ax + b = c$$

$$ax + \cancel{b} - \cancel{b} = c - b$$

$$\cancel{a}x = \frac{c - b}{a}$$

$$x = \frac{c - b}{a}$$

1- On élimine le terme b

2- On élimine le facteur a

b) l'équation $ax + b = cx + d$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$)

$$3x - 12 = -9x + 24$$

$$3x - \cancel{12} + \cancel{12} = -9x + 24 + 12$$

$$3x = -9x + 36$$

$$3x + \cancel{9x} = \cancel{-9x} + 36 + \cancel{9x}$$

$$12x = 36$$

$$\cancel{12}x = \frac{36}{12}$$

$$x = 3$$

$$-4x - 8 = -2x + 16$$

On regroupe tous « les termes avec des x » d'un côté et tous « les termes sans x » de l'autre côté.

c) équation quotient

$$\frac{4x}{3} = \frac{6}{5}$$

Propriété : si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$\frac{4x}{\cancel{3}} \times \cancel{3} = \frac{6}{5} \times 3$$

$$\frac{a}{b} \times d = \frac{c}{d} \times d$$

$$4x = \frac{18}{5}$$

$$\frac{a}{b} \times d = c$$

$$4x \times 5 = \frac{18}{\cancel{5}} \times \cancel{5}$$

$$\cancel{b} \times \frac{a}{\cancel{b}} \times d = b \times c$$

$$\cancel{20}x = \frac{18}{20}$$

$$a \times d = b \times c$$

$$x = \frac{18}{20}$$

$$x = 0,9$$

Si 2 fractions sont égales alors leur produits en croix sont égaux

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$ (technique du produit en croix)

Exemple : Résoudre $\frac{7}{x} = \frac{4}{3}$

$$4 \times x = 7 \times 3$$

$$4x = 21$$

$$\cancel{4}x = \frac{21}{4}$$

$$x = 5,25$$

III) Résoudre un problème

pb1 : Dans 50 ans j'aurai le triple de mon âge actuel. Quel est mon âge ?

On pose $x =$ "mon âge actuel"

L'équation qui traduit le problème est alors : $x + 50 = 3x$ $x + 50$ représente mon âge dans 50 ans.
 $3x$ représente le triple de mon âge actuel.

Résolution : $x + 50 = 3x$

$$x + 50 - x = 3x - x$$

$$\frac{50}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$x = 25$$

Conclusion : j'ai actuellement 25 ans

pb2 : Un automobiliste a fait un trajet de 800 km en 4 jours.

Le 2^{ème} jour il a fait 2 fois plus de km que le 1^{er} jour.

Le 3^{ème} jour il a parcouru 60 km de plus que le 2^{ème} jour.

Le 4^{ème} jour, il a effectué 80 km.

Combien de km a-t-il parcouru chaque jour ?

On pose $x =$ "le nombre de km parcourus le 1^{er} jour"

on a alors : $2x =$ "le nombre de km parcourus le 2^{ème} jour"

$2x + 60 =$ "le nombre de km parcourus le 3^{ème} jour"

L'équation qui traduit le problème est alors : $x + 2x + 2x + 60 + 80 = 800$

$$5x + 140 = 800$$

$$5x + 140 - 140 = 800 - 140$$

$$5x = 660$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{660}{5}$$

$$x = 132$$

Conclusion : le 1^{er} jour il a parcouru 132 km, puis 264 le 2^{ème} jour, 324 le 3^{ème} jour