Le théorème de Pythagore et sa réciproque

<u>remarque : « puissance 2 » ou « au carré »</u>

A = 5 x 5 peut se noter A = 5^2 et se lit <u>5 puissance 2</u> ou <u>5 au carré.</u>

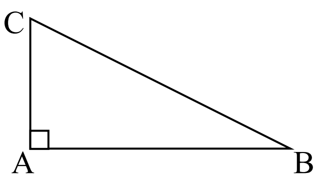
B = 8 x 8 peut se noter B = 8^2

<u>De façon générale :</u> Si x est un nombre alors $x^2 = x \times x$

Exemple : calculer $7^2 = 49$ $12^2 = 144$ $2{,}5^2 = 6{,}25$ $1{,}2^2 = 1{,}44$

I) Le théorème de Pythagore

a) le théorème de Pythagore



Soit ABC un triangle rectangle en A

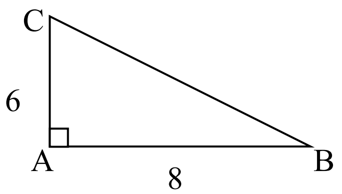
alors on a : **$BC^2 = AB^2 + AC^2$**

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés.

b) Exemples d'utilisation

Le théorème de Pythagore sert à calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle quand on a les 2 autres.

Exemple 1 :
<u>Calculer BC</u>



On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A

hypoténuse → $BC^2 = AB^2 + AC^2$

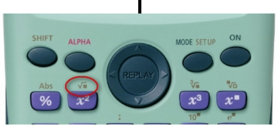
$BC^2 = 6^2 + 8^2$

$BC^2 = 36 + 64$

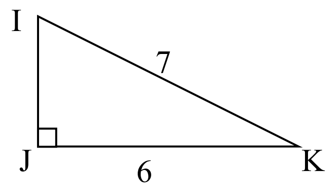
$BC^2 = 100$

$BC = \sqrt{100}$ *(racine carrée de 100)*

BC = 10 ← *calculatrice*



Exemple 2 :
<u>Calculer IJ</u>



On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle IJK rectangle en J

hypoténuse → $IK^2 = IJ^2 + JK^2$

$7^2 = IJ^2 + 6^2$

$49 = IJ^2 + 36$

$IJ^2 = 49 - 36$

$IJ^2 = 13$

$IJ = \sqrt{13}$ *(racine carrée de 13)*

$IJ \approx 3{,}6$ ← *calculatrice*

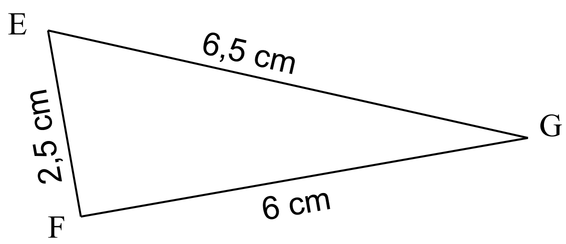
II) Réciproque du théorème de Pythagore

Soit ABC un triangle avec [BC] le plus grand côté.

Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ **alors** ABC est un triangle rectangle en A.

Connaissant 3 longueurs d 'un triangle, on peut donc savoir si ce triangle est rectangle ou non.

Exemple : Soit EFG un triangle tel que EF = 2,5 cm EG = 6,5 cm FG = 6 cm
EFG est-il un triangle rectangle ?



[EG] est le plus grand côté

$EG^2 = 6{,}5^2$
$= 42{,}25$

$EF^2 + FG^2 = 2{,}5^2 + 6^2$
$= 6{,}25 + 36$
$= 42{,}25$

$EG^2 = EF^2 + FG^2$

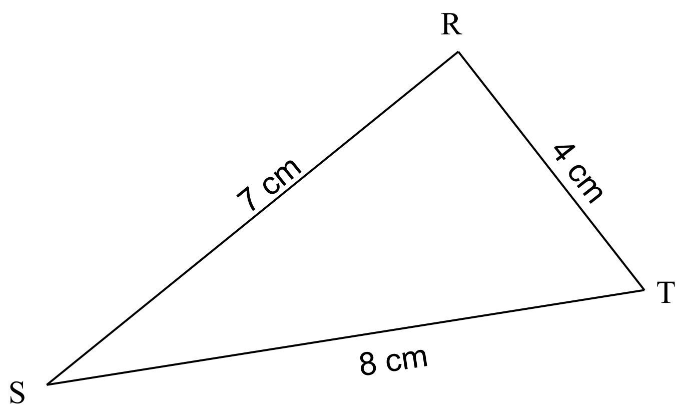
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore
EFG est rectangle en F (car l'hypoténuse est [EG])

III) Que se passe t-il si (grand côté)² ≠ (moyen côté)² + (petit côté)² ?

Soit ABC un triangle avec [BC] le plus grand côté.

Si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ ***alors*** *ABC n'est pas un triangle rectangle .*

Exemple : Soit RST un triangle tel que RS = 7 cm
RT = 4 cm ST = 8 cm
RST est-il un triangle rectangle ?



[ST] est le plus grand côté

$ST^2 = 8^2$
$= 64$

$RT^2 + RS^2 = 4^2 + 7^2$
$= 16 + 49$
$= 65$

$ST^2 \neq RT^2 + RS^2$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle RST n'est pas un triangle rectangle.